

Rješenja – 2. skupina

1. Zadatak (20 bodova)

Možemo primijeniti teorem o mehaničkoj energiji koji kaže da je promjena mehaničke energije jednaka radu nekonzervativnih sila:

$$\Delta E_m = W_{\text{ne konz}} \quad (1 \text{ bod})$$

Mehanička energija je:

$$E_m = \frac{1}{2}mv^2 + E_p \quad (1 \text{ bod})$$

U ovom slučaju moramo uzeti u obzir da na tijelo djeluje i sila uzgona, dakle za konzervativne sile možemo pisati:

$$\begin{aligned} F_{\text{konz}} &= F_{\text{Teže}} + F_{\text{Uzgona}} = \\ &= -\rho_c Vg + \rho_a Vg = -\rho_c Vg + \frac{1}{5}\rho_c Vg = \\ &= -\frac{4}{5}\rho_c Vg = \\ &= -m \times \frac{4}{5}g \end{aligned} \quad (2 \text{ boda})$$

Stoga je zbroj konzervativnih sila ekvivalentan efektivnoj težinskoj sili zbog ubrzanja gravitacije

$$g_{\text{ef}} = \frac{4}{5}g$$

odnosno tijelo uronjeno u vodu je 'lakše', zahvaljujući učinku Arhimedovog potiska. Ovom analogijom dobivamo da je potencijalna energija na generičkoj visini z jednaka

$$E_p = mg_{\text{ef}}h = m\frac{4}{5}gh \quad (2 \text{ boda})$$

Promjena mehaničke energije je

$$\Delta E_m = E_m^{\text{poč}} - E_m^{\text{kon}} \quad (2 \text{ boda})$$

U početnom trenutku je

$$E_m^{\text{poč}} = 0 + E_p^{\text{poč}} = mg_{\text{eff}}h = \frac{4}{5}mgh \quad (2 \text{ boda})$$

Kad tijelo dostigne dno posude ( $z=0$ )

$$E_m^{\text{kon}} = E_k^{\text{kon}} + 0 = \frac{1}{2}mv^2 \quad (2 \text{ boda})$$

Dakle:

$$\Delta E_m = E_m^{kon} - E_m^{poč} = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{4}{5}mgh \quad (2 \text{ boda})$$

Rad nekonzervativnih sila viskoznog trenja je negativan (jer se energija smanjuje) i iz teksta znamo da je jednak 8% početne energije

$$\begin{aligned} W_{ne \text{ konz}} &= -\frac{8}{100}E_m^{poč} = \\ &= -\frac{8}{100}E_p^{poč} = \\ &= -\frac{8}{100}\frac{4}{5}mgh \end{aligned} \quad (2 \text{ boda})$$

Kombiniranjem prethodnih jednadžbi možemo pisati

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 - \frac{4}{5}mgh &= -\frac{8}{100}\frac{4}{5}mgh \\ \frac{1}{2}mv^2 &= \frac{92}{100}\frac{4}{5}mgh \end{aligned} \quad (2 \text{ boda})$$

Iz čega slijedi

$$h = \frac{500}{92 \cdot 8} \frac{v^2}{g}$$

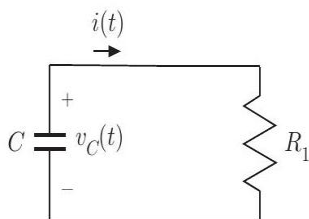
$$h = \frac{500}{92 \cdot 8 \cdot 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 0.277 \text{ m} \quad (2 \text{ boda})$$

## 2. Zadatak (20 bodova)

Za  $t < 0$  krug je u stacionarnom stanju i stoga u kondenzatoru  $C$  ne teče struja. Također, desna strana kruga kondenzatora  $C$  je odvojena od lijeve strane. Slijedom toga:

$$v_C(0^-) = V_0 = 5 \text{ V} \quad i(0^-) = 0 \quad (1 \text{ bod})$$

Od trenutka  $t = 0^+$  nadalje, dio kruga lijevo od kondenzatora  $C$  je odvojen od ostatka kruga i nema više nikakvog utjecaja. Energija koju akumulira kondenzator  $C$  počinje se prazniti samo na otporu  $R_1$ , kao što je prikazano u sljedećem krugu:



Kako se napon ne može odmah mijenjati možemo pisati:

$$v_C(0^+) = v_C(0^-) = V_0 = 5 \text{ V} \quad (1 \text{ bod})$$

DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE, 8. – 11. 5.2022.

Iz čega:

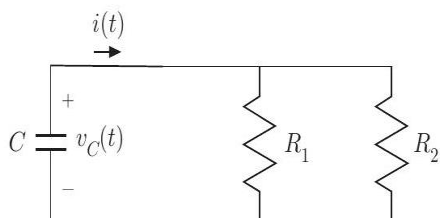
$$i(0^+) = \frac{V_0}{R_1} = 5 \text{ mA} \quad (1 \text{ bod})$$

Vrijednost vremenske konstante pražnjenja kondenzatora:  $\tau_1 = R_1 C = 1 \text{ s}$

Dakle za vremenski interval  $0 \leq t < T$  vrijedi:

$$v_C(t) = V_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} = 5 \cdot e^{-t[\text{s}]} \text{ V} \quad i(t) = \frac{V_0}{R_1} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_1}} = 5 \cdot e^{-t[\text{s}]} \text{ mA} \quad (4 \text{ boda})$$

Za vrijeme  $t = T^+$  strujni krug postane kao na slici, i kondenzator se nastavi prazniti na paralelni spoj otpornika  $R_1$  i  $R_2$ .



Struja ne može se odmah mijenjati, dakle vrijedi

$$v_C(T^+) = v_C(T^-) = V_0 \cdot e^{-T/\tau_1} \approx 1.84 \text{ V} \quad (1 \text{ bod})$$

Međutim za  $t = T^-$

$$i(T^-) = \frac{v_C(T^-)}{R_1} \approx 1.84 \text{ mA} \quad (1 \text{ bod})$$

Za  $t = T^+$  vrijedi

$$i(T^+) = \frac{v_C(T^+)}{R_{eq}} \approx 5 \text{ mA} \quad (1 \text{ bod})$$

Gdje

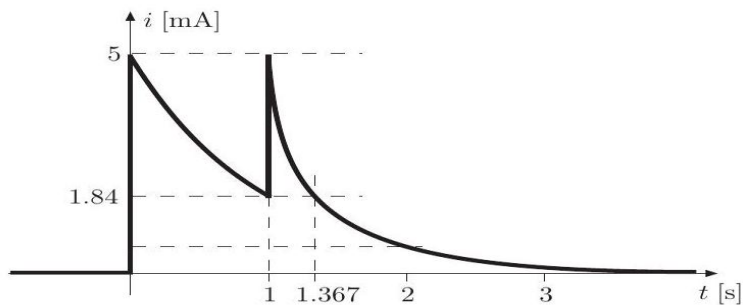
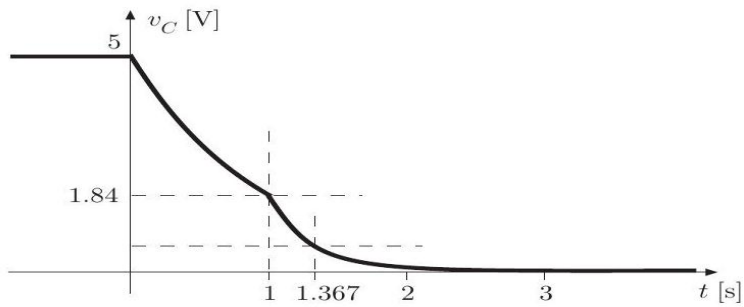
$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \approx 367 \Omega \quad (1 \text{ bod})$$

Pražnjenje se zatim nastavlja s vremenskom konstantom  $\tau_2 = R_{eq} C = 0.367 \text{ s}$ . Stoga, za  $t > T$ , napon i struja su:

$$v_C(t) = v_C(T^+) \cdot e^{-(t-T)/\tau_2} \approx 1.84 \cdot e^{-2.7 \cdot (t-T)[\text{s}]} \text{ V}$$

$$i(t) = \frac{v_C(T^+)}{R_{eq}} \cdot e^{-(t-T)/\tau_2} \approx 5 \cdot e^{-2.7 \cdot (t-T)[\text{s}]} \text{ mA} \quad (4 \text{ boda})$$

Ako prikažemo na grafu jednadžbe dobijemo slijedeće:



(5 boda)

**3. Zadatak (15 bodova)**

a) Budući da stanja A i B pripadaju istoj adijabati, imamo:

$$p_A V_A^\gamma = p_B V_B^\gamma$$

Znamo da  $\gamma = 5/3$ , dakle

$$p_B = p_A (V_A/V_B)^\gamma = 0.105 \text{ kPa}$$

(2 boda)

b) Jednadžba pravca koji prolazi kroz točke  $(V_A; p_A)$  i  $(V_B; p_B)$ , je

$$p = \frac{p_B - p_A}{V_B - V_A} (V - V_A) + p_A$$

Iz čega:

$$m = (p_B - p_A)/(V_B - V_A) = -0.155 \text{ kPa dm}^{-3}$$

$$q = (p_A V_B - p_B V_A)/(V_B - V_A) = 3.825 \text{ kPa}$$

(2 boda)

c) Ako uzmemo jednadžbu pravca u točki a) i uzmemo u obzir jednadžbu za idealni plin možemo pisati:

$$nRT = mV^2 + qV$$

Koja ima maksimum u točki X ciklusa, gdje je

$$V_X = -\frac{q}{2m} = 12.34 \text{ dm}^3$$

$$p_X = \frac{q}{2} = 1.912 \text{ kPa}$$

(2 boda)

**DRŽAVNO NATJECANJE IZ FIZIKE, 8. – 11. 5.2022.**

Tijekom adijabatske kompresije temperatura uvijek raste pa se minimalna temperatura postiže u B točki ciklusa, maksimalna temperatura se postiže u X. **(1 bod)**

- d) Znamo da izmjena topline u ciklusu događa se samo između točke A i B tijekom ekspanzije koja prati pravac. Izmijenjena toplina sa okolišem može se izračunati pomoći površine ispod krivulje. Znamo da za promjenu unutarnje energije vrijedi  $\Delta U = nc_V \Delta T$ .  
Za odabranu točku C između A i B koja se nalazi na pravcu možemo pisati:

$$\begin{aligned} Q_{AC} &= \frac{1}{2}(p_A + p_C)(V_C - V_A) + \frac{3}{2}nR(T_C - T_A) = \frac{1}{2}(p_A + p_C)(V_C - V_A) + \frac{3}{2}p_C V_C - \frac{3}{2}p_A V_A = \\ &= \frac{1}{2}(mV_A + q + mV_C + q)(V_C - V_A) + \frac{3}{2}(mV_C + q)V_C - \frac{3}{2}(mV_A + q)V_A = \\ &= 2mV_C^2 + \frac{5}{2}qV_C - 2mV_A^2 - \frac{5}{2}qV_A = 2m(V_C^2 - V_A^2) + \frac{5}{2}q(V_C - V_A) \end{aligned}$$

Izraz topline koju sustav izmijeni u transformaciji AB je polinom drugog stupnja. U stanju Y =  $(V_Y, p_Y)$  postiže se maksimum:

$$\begin{aligned} V_Y &= -\frac{5q}{8m} = 15.42 \text{ dm}^3 \\ p_Y &= \frac{3}{8}q = 1.434 \text{ kPa} \end{aligned}$$

Dakle u AY sustav apsorbira toplinu a između YB ispušta prema okolišu. **(4 boda)**

- e) U BA nema izmjene topline, AY prima, YB ispušta dakle

$$Q_{\text{ads}} = Q_{AY} = Q(V_Y) = 2m(V_Y^2 - V_A^2) + \frac{5}{2}q(V_Y - V_A) = 47.8 \text{ J}$$

$$W = Q_{\text{izmjeneni}} = Q_{AB} = 2m(V_B^2 - V_A^2) + \frac{5}{2}q(V_B - V_A) = 25.04 \text{ J}$$

Slijedi

$$\eta = \frac{W}{Q_{\text{ads}}} = 52.3\% \quad \textbf{(2 boda)}$$

- f) Za maksimalnu i minimalnu temperaturu imamo

$$\begin{aligned} T_{\text{max}} &= T_X = \frac{1}{nR} p_X V_X = -\frac{1}{nR} \frac{q^2}{4m} \\ T_{\text{min}} &= T_B = \frac{1}{nR} p_B V_B \end{aligned}$$

Dakle učinkovitost Carnot ciklusa je

$$\eta_C = 1 - \frac{T_{\text{min}}}{T_{\text{max}}} = 1 + \frac{4m}{q^2} p_B V_B = 89.32\% \quad \textbf{(2 boda)}$$

**4. Zadatak (15 bodova)**

a) Kapacitet kondenzatora je:

$$C = \frac{\epsilon_0 \Sigma}{h} = 1.77 \text{ nF} \quad (2 \text{ boda})$$

b) Sila koja djeluje između ploča kondenzatora možemo izračunati putem promjene energije

$$F \cdot \Delta x = U_{\text{konačna}} - U_{\text{početna}} = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 \Sigma} (x + \Delta x) - \frac{Q^2}{2\epsilon_0 A} x = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 A} \Delta x \quad (2 \text{ boda})$$

Dakle:

$$F = \frac{Q^2}{2\epsilon_0 \Sigma} \quad (2 \text{ boda})$$

Za pločasti kondenzator dobijemo

$$F = \frac{\epsilon_0 V^2}{2h^2} \Sigma = Mg = 7.95 \text{ N} \quad (2 \text{ boda})$$

Iz čega može se izračunati napon na pločama kondenzatora:

$$V = \sqrt{\frac{2h^2 Mg}{\epsilon_0 \Sigma}} = 5.95 \text{ KV} \quad (2 \text{ boda})$$

c) Kad se umetne dielektrični materijal možemo uzeti u obzir seriju kondenzatora

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{h-d}{\epsilon_0 \Sigma} + \frac{d}{\epsilon_0 k \Sigma} \quad (2 \text{ boda})$$

Iz čega  $C = 2.53 \text{ nF}$

d) Ako se napon održava konstantan pomoću baterije i ako raste kapacitet dobijemo

$$F = \frac{Q^2}{2\Sigma\epsilon_0} = \frac{C^2 V^2}{2\Sigma\epsilon_0} = 14.1 \text{ N} \quad (3 \text{ boda})$$